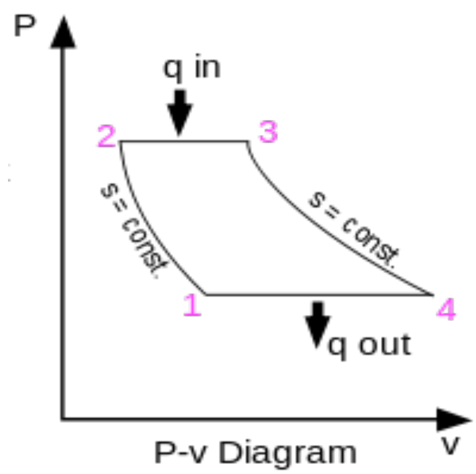
Θερμοδυναμική και Στατιστική Φυσική

09.09.2015//

- 5 θέματα -

(1) Ο κύκλος του Brayton περιγράφεται από τις διαδικασίες,



Σχεδιάστε τον κύκλο σε διάγραμμα $T-S$ και υπολογίστε το έργο και ποσό θερμότητας σε κάθε διαδικασία (θερμοκρασίες, όγκοι, πιέσεις γνωστά). (2 μονάδες)

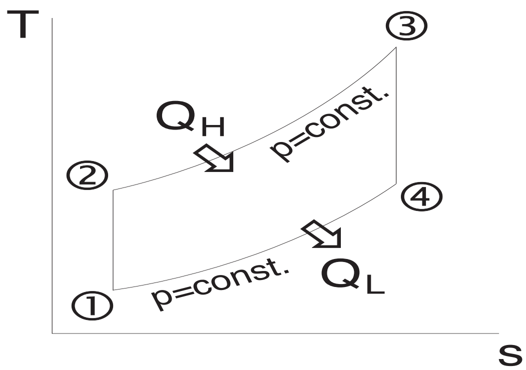
Λύση

$$Q_{12} = 0, \quad W_{12} = U_{12} = \frac{l}{2} N k_B (T_2 - T_1)$$

$$W_{23} = -P_2(V_3 - V_2), \quad Q_{23} = U_{23} - W_{23} = \frac{l}{2} N k_B (T_3 - T_2) - W_{23}$$

$$Q_{34} = 0, \quad W_{34} = U_{34} = \frac{l}{2} N k_B (T_4 - T_3)$$

$$W_{41} = -P_1(V_1 - V_4), \quad Q_{41} = U_{41} - W_{41} = \frac{l}{2} N k_B (T_1 - T_4) - W_{41}$$



T
s
3
2
4
1
Q_H
Q_L
p=const.
p=const.

(2) Ενα ψυγείο έχει ισχύ $P = 100\ Watt$. Αν απορροφά θερμότητα από τον καταψύκτη σε θερμοκρασία $T_c = -23C$ με ρυθμό απορρόφησης $\dot{Q}_c = 500J/s$ και θερμαίνει το περιβάλλον σε θερμοκρασία $T_h = 30C$ με ρυθμό εκπομπής $\dot{Q}_h = 600J/s$ υπακούει τους νόμους της θερμοδυναμικής και είναι ιδανικό ; (2 μονάδες)

Λύση

$$P + |\dot{Q}_c| - |\dot{Q}_h| = 0, \quad 100 + 500 - 600J/s = 0$$

ο 1ος νόμος ισχύει.

$$\frac{|\dot{Q}_c|}{T_c} - \frac{|\dot{Q}_h|}{T_h} = \frac{500}{250} - \frac{600}{303} > 0$$

ο 2ος νόμος δεν ισχύει.

(3) N κλασσικά σωματίδια μάζας m κινούνται σε ένα μονοδιάστατο δυναμικό $v(x) = -v_0, \quad -L/2 < x < 0$, $v(x) = +v_0, \quad 0 < x < +L/2$ σε θερμοκρασία T. Υπολογίστε την μέση τιμή της κινητικής και δυναμικής ενέργειας και την συνάρτηση της θερμοκρασίας για $T \to 0, +\infty$. (2 μονάδες)

Λύση

$$< KE >= \frac{1}{2} N k_B T, \quad < v >= -N v_0 \tanh \beta v_0$$

$$< v >_{\beta \to 0}= -N v_0 \beta v_0$$

$$< v >_{\beta \to +\infty}= -N v_0$$

(4) Ενα μονοδιάστατο υλικό spin ladder περιγράφεται από N δεσμούς, όπου κάθε δεσμός έχει 4 ενεργειακές καταστάσεις $\epsilon_0 = 0(spin\ \ singlet)$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \Delta(spin\ \ triplet)$. Υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας και της ειδικής θερμότητας συναρτήσει της θερμοκρασίας T και την ασυμπτοτική συμπεριφορά της ειδικής θερμότητας για $T \to 0, \to +\infty$. (2 μονάδες)

Λύση

$$< \epsilon >= N\frac{3\Delta e^{-\beta\Delta}}{1+3e^{-\beta\Delta}}$$

$$< \epsilon >_{\beta\to+\infty}= N3\Delta e^{-\beta\Delta}$$

$$< \epsilon >_{\beta\to 0}= N\frac{3\Delta}{4}$$

$$c = 3(\frac{\Delta}{T})^2\frac{e^{-\Delta/T}}{(1+3e^{-\Delta/T})^2}$$

$$c_{T\to 0} = 3(\frac{\Delta}{T})^2 e^{-\Delta/T}$$

$$c_{T\to+\infty} = \frac{3}{16}(\frac{\Delta}{T})^2$$

(5) Υπολογίστε των αριθμό των φωτονίων σε ένα όγκο $1m^3$ σε θερμοκρασία $T = 1K$. Δίνεται $\int_0^{+\infty} dx x^2/(e^x - 1) \simeq 2.4$, $c = 300000 km/s, \quad \hbar = 6.6 eV s$. (2 μονάδες)

Λύση

$$N = 2\frac{V}{(2\pi)^3}\int_0^{+\infty} dk 4\pi k^2 \frac{1}{e^{\beta c\hbar k} - 1}$$

$$N/V = 8\pi(\frac{k_B T}{2\pi\hbar c})^3 \int_0^{+\infty} dx x^2 \frac{1}{e^x - 1} \sim 2 \times 10^7 T^3/m^3$$

$$N/V \simeq 2 \times 10^7/m^3, \quad T = 1 \;\; Kelvin$$