# Φυλλάδιο 9

**Πρόβλημα 1**

Στο μοντέλο ισχυρών δεσμών (tight-binding) στη μία διάσταση, οι ενεργειακές ιδιοτιμές ενός ηλεκτρονίου που κινείται σε ένα πλέγμα μήκους $L$, δίνονται από τη σχέση

$$\epsilon = -2t\cos k \quad , \quad k = \frac{2\pi}{L}n,\ \ n = 1, \ldots, L\,,$$

όπου $t$ μία σταθερά. Να υπολογίσετε την πυκνότητα καταστάσεων. Τι συμβαίνει στις ακραίες ενεργειακές ιδιοτιμές;

*Απάντηση* $\qquad \rho(\epsilon) = \frac{L}{2\pi t}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\epsilon}{2t}\right)^2}}$

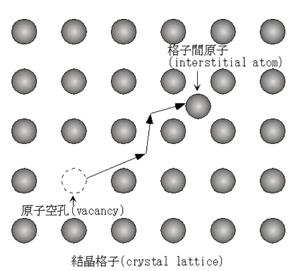
**Πρόβλημα 2**

Να υπολογίσετε τον αριθμό των φωτονίων σε ένα κυβικό κουτί ακμής $3\ m$ σε θερμοκρασία $T = 300\ K$, χωρίς εσωτερικές ή εξωτερικές πηγές φωτός.

*Απάντηση* $\qquad N \sim 10^{16}$

**Πρόβλημα 3**

$N$ άτομα έχουν τοποθετηθεί έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα τέλειο κρύσταλλο. Στην συνέχεια $n$ άτομα απ'αυτά με $1 << n << N$ , απομακρύνονται από τις κανονικές τους θέσεις σχηματίζοντας ελαττώματα τύπου Frenkel[1]. Ο αριθμός $N'$ των




[1] Τα ελαττώματα τύπου Frenkelσχηματίζονται όταν ένα άτομο μετακινηθεί από ένα πλεγματικό σημείο του κρυστάλλου, σε κάποια ενδιάμεση θέση

ενδιάμεσων θέσεων που μπορεί να βρεθεί ένα άτομο, είναι της τάξης του $N$. Αν για να μεταφερθεί ένα άτομο από ένα σημείο του κρυστάλλου, σε κάποια ενδιάμεση θέση απαιτείται ενέργεια $\epsilon$, να δείξετε ότι στην ισορροπία ο μέσος αριθμός των ατελειών δίνεται συναρτήσει της θερμοκρασίας, από τη σχέση

$$n = \sqrt{NN'}e^{-\beta\epsilon/2}$$

### Πρόβλημα 4

Σε ένα τρισδιάστατο τέλειο ηλεκτρονικό αέριο εφαρμόζουμε ένα μαγνητικό πεδίο παράλληλο στον άξονα $z$, $\mathbf{B} = B\hat{z}$. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας δίνονται από τη σχέση

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m} - \mu_B B m_s \quad , \quad m_s = \pm 1 \, ,$$

όπου $\mu_B$ είναι η μαγνητόνη του Bohr. Να υπολογίσετε

α) Την πυκνότητα καταστάσεων για τα ηλεκτρόνια με σπιν πάνω και γι'αυτά με σπιν κάτω.

β) Την μαγνήτιση.

γ) Την μαγνητική επιδεκτικότητα.

*Απάντηση* α) $\rho_\pm(\epsilon) = \frac{1}{2}\rho(\epsilon \pm \mu_B B)$
β) $M_z = \frac{\mu_B^2 B}{V}\rho(\epsilon_F)$
γ) $\chi = \frac{\mu_B^2}{V}\rho(\epsilon_F)$

όπου

$$\rho(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\epsilon^{1/2}$$

*Υπόδειξη:* Η ενέργεια Fermi για ένα μέταλλο αντιστοιχεί σε μερικές χιλιάδες βαθμούς Kelvin· πρακτικά για θερμοκρασίες περιβάλλοντος το αέριο θεωρείται πλήρως εκφυλισμένο και επιπλέον η ενέργεια αλληλεπίδρασης με το μαγνητικό πεδίο είναι πολύ μικρότερη από την $E_F$.