

Φυλλάδιο 3

Πρόβλημα 1

Αναμειγνύουμε δύο ποσότητες νερού με μάζες m_1 , m_2 και θερμοκρασίες T_1 , T_2 αντίστοιχα.

- α) Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία ;
- β) Πόση θα είναι η μεταβολή στην εντροπία κατά την ανάμειξη ;

Απάντηση

- α) $T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$
- β) $\Delta S = c \left[m_1 \ln \frac{T}{T_1} + m_2 \ln \frac{T}{T_2} \right]$

(όπου c η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού)

Πρόβλημα 2

Αναμειγνύουμε δύο δοχεία ίσου όγκου, που περιέχουν τέλειο μονοατομικό αέριο και αρχικά βρίσκονται σε συνθήκες T_1 , P_1 και T_2 , P_2 αντίστοιχα.

- α) Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία ;
- β) Ποια θα είναι η τελική πίεση;
- γ) Δείξτε ότι η μεταβολή της εντροπίας θα δίνεται από τη σχέση

$$\Delta S = \ln 2 \left(\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2} \right) V + \frac{c_V}{R} V \left(\frac{P_1}{T_1} \ln \frac{T}{T_1} + \frac{P_2}{T_2} \ln \frac{T}{T_2} \right), \quad (1)$$

όπου c_V η ισόχωρη γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα

$$c_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V. \quad (2)$$

Απάντηση

- α) $T = \frac{(P_1 + P_2) T_1 T_2}{P_1 T_2 + P_2 T_1}$
- β) $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$

Πρόβλημα 3

Αναμειγνύουμε δύο δοχεία, που περιέχουν ίση μάζα από τέλειο μονοατομικό αέριο σε συνθήκες T_1, V_1, P_1 και T_2, V_2, P_2 αντίστοιχα.

- α) Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία ;
- β) Ποια θα είναι η τελική πίεση;
- γ) Δείξτε ότι η μεταβολή της εντροπίας θα δίνεται από τη σχέση

$$\Delta S = nR \ln \frac{(T_1/P_1 + T_2/P_2)^2}{T_1 T_2 / P_1 P_2} + n c_V \ln \frac{T^2}{T_1 T_2} \quad (3)$$

όπου c_V η ισόχωρη γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα.

Απάντηση α) $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$

β) $P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2}$

Πρόβλημα 4

Ένας αντιστάτης αντίστασης 10Ω , διαρρέεται από ρεύμα $I = 10 A$ και διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία $30^\circ C$, με την βοήθεια ενός ρεύματος αέρα. Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας της αντίστασης ανά δευτερόλεπτο; Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας του ρεύματος του αέρα;

Απάντηση $\Delta S = 3,3 J/K \cdot s$

Πρόβλημα 5

Ένα σύστημα που αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό ατόμων N , με σπιν $1/2$ και μαγνητική ροπή $\vec{\mu}$ τοποθετείται σε ένα μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} , παράλληλο στις μαγνητικές ροπές $\vec{\mu}$. Η ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$U = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}, \quad (4)$$

όπου \mathbf{M} είναι η συνολική μαγνητική ροπή του συστήματος.

- α) Δείξτε ότι

$$\begin{aligned} \ln \Omega = N \ln N & - \frac{1}{2} \left(N - \frac{U}{\mu B} \right) \ln \left(N - \frac{U}{\mu B} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left(N + \frac{U}{\mu B} \right) \ln \left(N + \frac{U}{\mu B} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

- β) Βρείτε τη σχέση που συνδέει την εσωτερική ενέργεια, με τη θερμοκρασία.
 γ) Βρείτε τη σχέση που συνδέει το μαγνητικό πεδίο και τη θερμοκρασία, για ένα απομονωμένο σύστημα χωρίς αλληλεπιδράσεις.

$$\text{Απάντηση} \quad \beta) U = -N\mu B \tanh\left(\frac{\mu B}{k_B T}\right)$$

$$\gamma) \frac{\mu B}{k_B T} = \tanh^{-1}\left(\frac{M}{\mu N}\right)$$

Πρόβλημα 6

Συμπιέζουμε ισόθερμα ένα mole ενός μονοατομικού αερίου σε θερμοκρασία T_0 , από πίεση $P_0 = 1 \text{ atm}$ σε πίεση $P_1 = 50 \text{ atm}$. Στην συνέχεια το εκτονώνουμε ισεντροπικά στην αρχική πίεση P_0 .

- α) Ποια είναι η τελική θερμοκρασία T_1 ;
 β) Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας στη διαδικασία;
 Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία n φορές.
 γ) Ποια είναι η θερμοκρασία στη n -οστή επανάληψη ;
 δ) Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας στη n -οστή επανάληψη;

$$\text{Απάντηση} \quad \alpha) T_1 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\beta) \Delta S = R \ln \frac{P_0}{P_1}$$

$$\gamma) T_n = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{n \frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\delta) \Delta S_n = nR \ln \frac{P_0}{P_1}$$

Πρόβλημα 7

Ένα σώμα με σταθερή θερμοχωρητικότητα C και θερμοκρασία T_1 , έρχεται σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας, θερμοκρασίας T_2 . Η πίεση και ο όγκος παραμένουν σταθερά καθώς το σώμα έρχεται σε ισορροπία με τη δεξαμενή. Να δείξετε ότι η μεταβολή της εντροπίας όλου του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$\Delta S = C [x - \ln(1+x)], \quad (6)$$

όπου

$$x = -\frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (7)$$

Πρόβλημα 8

Ένας πυκνωτής χωρητικότητας $1 \mu F$ συνδέεται με μία πηγή τάσης $100 V$ και το σύστημα διατηρείται σε θερμοκρασία $0^\circ C$.

- α) Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας κατά τη διαδικασία φόρτισης του πυκνωτή ;
- β) Πόση είναι η μεταβολή της εντροπίας αν στην συνέχεια εκφορτίσουμε τον πυκνωτή, συνδέοντας τον με ένα αντιστάτη και κλείσουμε το κύκλωμα;

Απάντηση α) $\Delta S = 0$

β) $\Delta S = 1,83 \cdot 10^{-5} J/K$